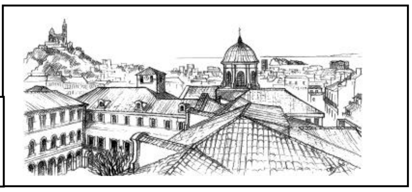
DS de Sciences Industrielles pour l’Ingénieur
DS2 du 19 novembre 2014
MPSI commun Durée : 2h00

Lycée Thiers
Marseille



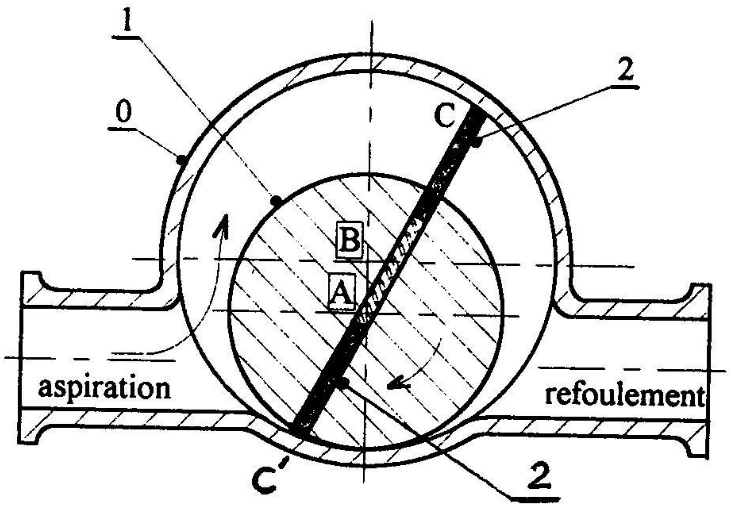
Cinématique plane

Recommandations :

- Vous attacherez la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction (et l’orthographe !). ***Il est obligatoire de souligner ou d’encadrer les résultats.***
- Si vous êtes amené à repérer ce qui peut vous sembler être une erreur d’énoncé, signalez le sur votre copie et poursuivez en expliquant les raisons des initiatives que vous avez été amené à prendre.
- Les 3 exercices sont indépendants, vous pourrez les traiter dans l’ordre de votre choix.

Toutes les réponses se font uniquement sur le document réponses.

Exercice 1 : Pompe à palettes

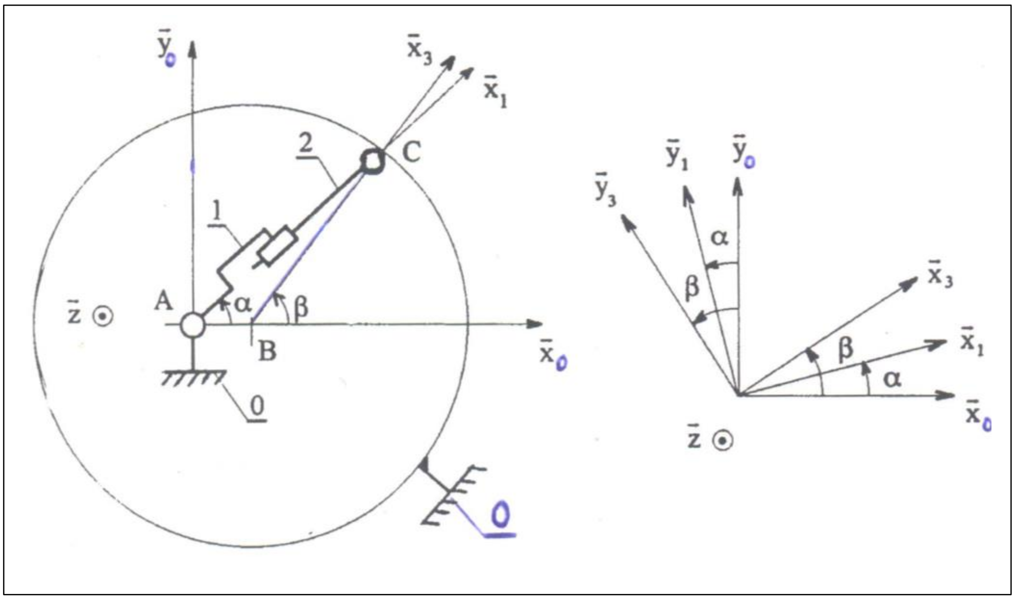


Le principe de fonctionnement de la pompe à palettes est le suivant (voir figure ci-contre) :

- le rotor repéré 1 est en liaison en A avec le stator repéré 0 fixe et excentré par rapport à ce stator (distance AB).
- dans le rotor 1 coulissent, dans deux rainures disposées symétriquement à 180°, deux palettes repérées 2. Un ressort situé entre les deux palettes oblige celles – ci à plaquer leur extrémité respective sur le cylindre intérieur du stator en C et C’ de façon à garantir l’étanchéité de l’air.

On obtient ainsi des alvéoles à volume variable communiquant alternativement avec l’aspiration et le refoulement.

Schéma cinématique (paramétrage et rotations planes) :



On donne : AB = e ; BC = R ; AC = x(t) avec e, R constantes strictement positives.

$\alpha = \alpha(t)$ et $\beta = \beta(t)$ avec $-\pi/2 < \beta - \alpha < \pi/2$

$R_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$ lié au solide 0

on pose $\vec{z} = \overrightarrow{z_{0123}}$

Q1 –
- **a- Colorier**, sur le premier schéma, les différents solides et les repères correspondants.
- **b- Colorier**, sur le deuxième schéma, *de deux couleurs différentes,* les deux alvéoles à volume variable depuis l'entrée jusqu'à la sortie de la pompe.

Q2 – Faire le graphe de liaisons de cette pompe. **Donner** le nom de cette chaîne de solides. **Calculer** μ et Im, **interpréter** le résultat obtenu de Im.

Q3 – Ecrire, le plus simplement possible, les vecteurs positions **:** $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BC}$ en fonction du paramétrage et des vecteurs unitaires respectifs.

Q4 – Ecrire la fermeture géométrique vectorielle au point A en utilisant les résultats de la question Q3. **En déduire**, par le calcul, que l'on obtient une équation scalaire, en projection sur l'axe $\overrightarrow{y_1}$, de la forme :

$$e \sin \alpha - R \sin (\beta-\alpha) = 0 \text{ (équation 1).}$$

Q5 – De l'équation 1 précédente :
- **a) en déduire** l'expression de cos (β-α) en utilisant la relation fondamentale de la trigonométrie.
- **b) dériver** l'équation 1 par rapport au temps.
- **c) en déduire**, de ces deux calculs, l'expression de $R\dot{\beta}$.

Q6 – Calculer, par la définition, le vecteur vitesse du point C appartenant à 2 par rapport à 0 soit $\overrightarrow{V_{C,2/0}}$ en fonction de R et $\dot{\beta}$ **puis** en fonction de R, e, α, $\dot{\alpha}$ (**simplifier** au maximum).

Q7 – Calculer $\overrightarrow{V_{C,1/0}}$.

Q8 – Montrer, par le calcul, que $\overrightarrow{V_{C,2/1}}$ est portée par $\overrightarrow{x_1}$. **Déduire**, des questions précédentes l'expression de $\overrightarrow{V_{C,2/1}}$ en fonction de R, e, α, $\dot{\alpha}$.

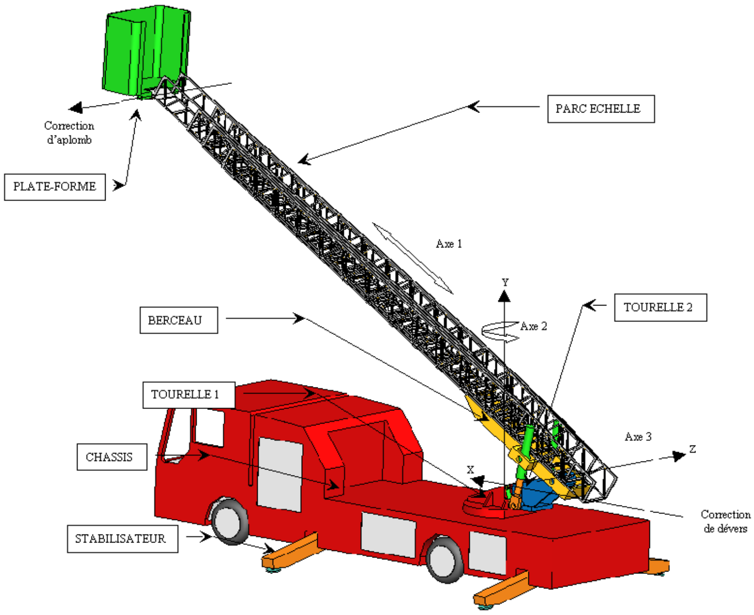
Exercice 2 : Echelle pivotante

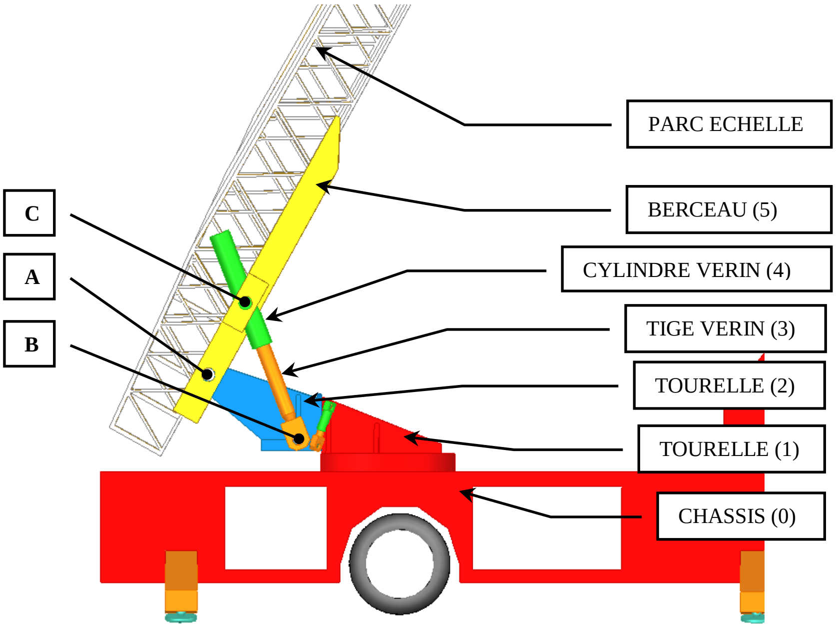
On s'intéresse à une Echelle Pivotante Automatique à Commande Séquentielle. Ce système conçu et commercialisé par la société CAMIVA est monté sur le châssis d'un camion de pompiers et permet de déplacer une plate-forme pouvant recevoir deux personnes et un brancard le plus rapidement possible et en toute sécurité.
Le déplacement de la plate-forme est réalisé suivant trois axes :
- Le déploiement du parc échelle (axe 1) : **non considéré ici**, la plateforme (6) est supposée fixe par rapport au parc échelle + berceau (5).
- Le pivotement autour de l'axe $(0,\overrightarrow{Y_0})$ (axe 2) : **non considéré ici**, les tourelles (1) et (2) sont supposées fixes par rapport au châssis (0).
- La rotation autour de l'axe $(0,\overrightarrow{Z_0})$ (axe 3) : Le berceau + parc échelle (5) peut tourner par rapport à la tourelle (2) autour d'un axe horizontal.

Pendant la phase de dressage, les tourelles (1) et (2) sont fixes par rapport au châssis (0) du camion ; seul le berceau pivote autour de l'axe $(A,\vec{Z})$, entraînant avec lui le parc échelle et la plateforme (6). Ce mouvement est obtenu grâce au vérin hydraulique articulé en B et C avec la tourelle (2) et le berceau (5).

Le repère $R_0 = (O_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ est lié au châssis (0).
Le repère $R_5 = (A,\vec{x}_5,\vec{y}_5,\vec{z}_0)$ est lié à l'ensemble {berceau + parc échelle + plateforme} (5+6) ;
Le repère $R_3 = (B,\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_0)$ est lié au vérin composé des solides (3) et (4), en mouvement relatif ;

avec $\overrightarrow{O_0A} = a \cdot \vec{y}_0$ et $(\vec{x}_0,\vec{x}_5) = \theta(t)$; $\overrightarrow{AC} = c \cdot \vec{x}_5$; $\overrightarrow{AD} = h \cdot \vec{x}_5$.
$\overrightarrow{O_0B} = b \cdot \vec{x}_0$; $\overrightarrow{BC} = \lambda(t) \cdot \vec{y}_3$ et $(\vec{x}_0,\vec{x}_3) = \beta(t)$


Correction d'aplomb
PLATE-FORME
PARC ECHELLE
Axe 1
BERCEAU
Y
Axe 2
TOURELLE 2
TOURELLE 1
CHASSIS
Axe 3
Z
X
Correction de dévers
STABILISATEUR


C
A
B
PARC ECHELLE
BERCEAU (5)
CYLINDRE VERIN (4)
TIGE VERIN (3)
TOURELLE (2)
TOURELLE (1)
CHASSIS (0)

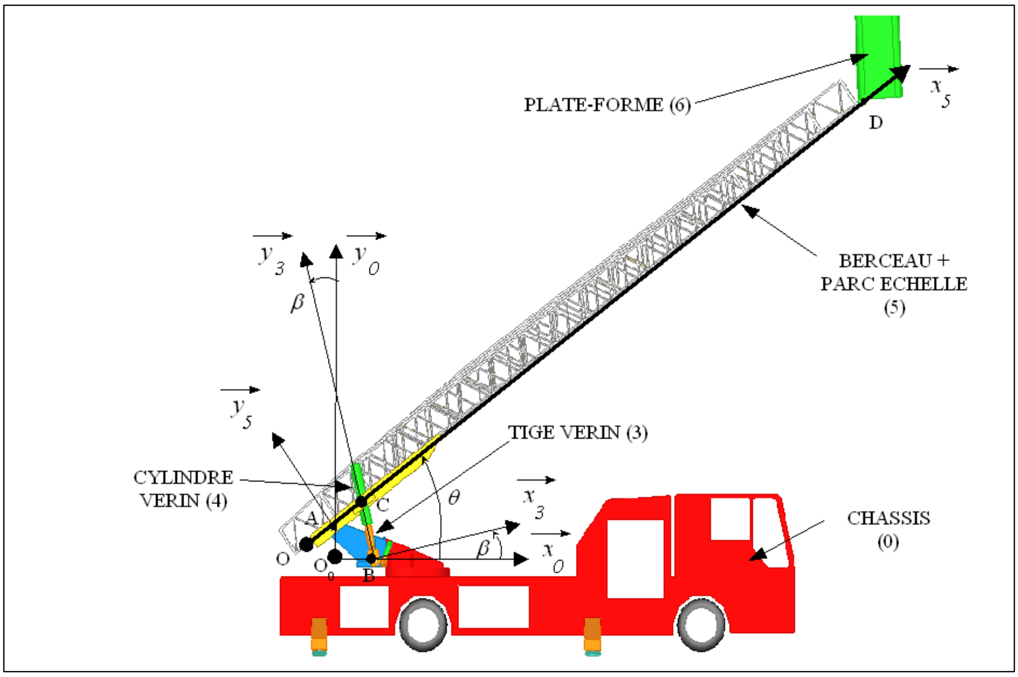


PLATE-FORME (6)
$\vec{x}_5$
D
BERCEAU + PARC ECHELLE (5)
$\vec{y}_3$
$\vec{y}_0$
β
$\vec{y}_5$
TIGE VERIN (3)
CYLINDRE VERIN (4)
θ
$\vec{x}_3$
A
C
β
$\vec{x}_0$
O
O_0
B
CHASSIS (0)

2.1- Etude géométrique

Sur la figure du document réponse, l'angle de dressage est maximum.

Q9 – Mettre en couleur le schéma cinématique du système de dressage (une couleur par solide, **représenter** avec soin les limites des différents solides et **indiquer** le numéro des solides sur la figure). **Donner** le numéro et le nom de chaque solide mis en évidence dans le cadre réponse.

Q10 – Ecrire la fermeture de chaine appliquée au mécanisme, par exemple $(\overrightarrow{AA} = \vec{0})$. Par projection dans la base du repère R_0, **en déduire** les deux équations scalaires de position entre les différents paramètres géométriques. Puis **montrer** que l'on peut obtenir la relation suivante : $\tan\beta = \dfrac{b - c.\cos\theta}{a + c.\sin\theta}$.

Q11 – Dessiner proprement le système dans la position de dressage minimum : lorsque $\theta(t) = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_5}) = 0$ (position horizontale de l'échelle). **Vous laissez** apparent tous les traits de construction.

Q12 – En déduire numériquement la course du vérin lors du mouvement de dressage ($\lambda_{max} - \lambda_{min}$) (**respecter** l'échelle du dessin précisée sur la figure).

Q13 – A partir des équations trouvées précédemment, **déterminer** $\lambda(\theta)$. Puis **vérifier** la valeur de la course du vérin, on prendra les valeurs numériques suivantes : a = 540 mm, b = 735 mm, c = 660 mm, θ_{max} = 63°. **Comparer** les résultats obtenus par calcul et par lecture graphique.

2.2 - Etude cinématique

L'objectif est de déterminer la vitesse de sortie de la tige du vérin {3+4} en fonction des paramètres géométriques fixes et des variables cinématiques de pilotage.

Q14 – Exprimer les vecteurs vitesse de rotation $\overrightarrow{\Omega_{5/0}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{3/0}}$.

Q15 – Exprimer le vecteur vitesse $\vec{V}_{D,5/0}$ en fonction de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ et des paramètres géométriques.

Q16 – Exprimer le vecteur vitesse $\vec{V}_{C,4/3}$, qui caractérise la vitesse de sortie de la tige du vérin.

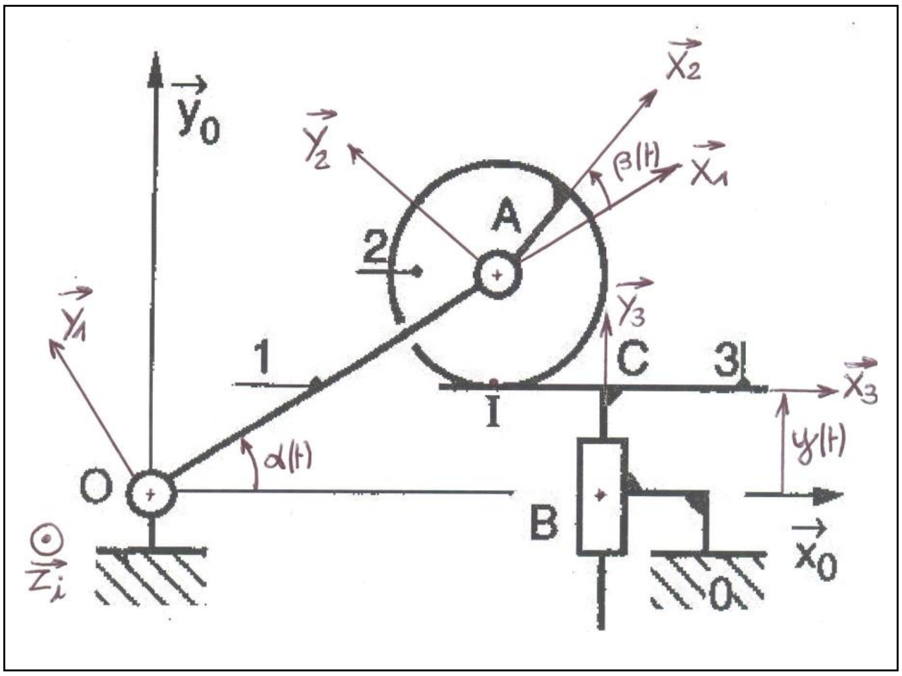
Q17 – Justifier, par calcul, l'égalité des vecteurs vitesse $\vec{V}_{C,4/0} = \vec{V}_{C,5/0}$, puis **exprimer** simplement $\vec{V}_{C,4/0}$ et $\vec{V}_{C,3/0}$ en fonction de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ et des paramètres géométriques. **On justifiera** le raisonnement.

Exercice 3 : Commande de trappe

On considère le mécanisme (schéma cinématique page suivante) constitué de quatre pièces.

La roulette 2 tourne autour du point A, son rayon est R_2, elle est en contact avec le plateau 3 au point I.
Un système (ressort), non représenté sur le schéma, assure le maintien permanent du contact en I.

En I, le contact est un point, ce qui permet de définir la liaison entre les solides 2 et 3.



Données géométriques : $\overrightarrow{OB} = L_0\ \overrightarrow{x_0}$; $\overrightarrow{OA} = L_1\ \overrightarrow{x_1}$; $\overrightarrow{IC} = x(t)\ \overrightarrow{x_3}$; $\overrightarrow{BC} = y(t)\ \overrightarrow{y_3}$; $\vec{z_i} = \overrightarrow{z_{0123}}$.

Q18 – Quelle est la fonction principale de la pièce 2 (**à quoi sert-elle**) ? **Pour répondre** à cette question imaginez que l'on ôte cette pièce 2 et que l'on pose directement la pièce 1 munie en bout au point A d'une sphère sur le plateau 3, **que se passerait-il** physiquement ?

Q19 – Etablir les trois figures planes de calcul (rotations planes et translation plane) relatives aux bases suivantes (**utiliser** une couleur par base) : base B_1 / B_0 ; B_2 / B_1 et B_3 / B_0. **Faire figurer** les paramètres qui dépendent du temps.

Q20 – Calculer littéralement les vecteurs vitesses suivants : $\overrightarrow{\Omega_{1/0}}$; $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$; $\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$; $\overrightarrow{\Omega_{3/0}}$. **Justifier** succinctement à droite du calcul.

Q21 – Calculer littéralement le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{A,1/0}}$. **Calculer** $\overrightarrow{V_{C,3/0}}$.

Q22 – **Comparer** $\overrightarrow{V_{C,3/0}}$ et $\overrightarrow{V_{I,3/0}}$, **justifier** succinctement. **Calculer** $\overrightarrow{V_{I,2/1}}$.

Q23 – Calculer la vitesse de glissement $\overrightarrow{V_{I,3/2}}$ par composition avec les solides 0 et 1 puis en utilisant Varignon si nécessaire. **Ecrire** ce vecteur dans la base B_0.

Q24 – On fait l'hypothèse qu'il y a roulement sans glissement au point I entre 2 et 3. **Que cela impose-t-il** sur la vitesse $\overrightarrow{V_{I,3/2}}$? **En déduire** deux équations scalaires en projection dans la base B_0.

Q25 – En déduire une relation entre $\dot{y}(t)$, $\dot{\alpha}(t), \alpha(t)$ et les paramètres géométriques.
Les conditions initiales sont les suivantes : à t = 0, $\alpha(t) = 0$ et $y(t) = -R_2$, **en déduire** une relation simple entre $y(t)$, $\alpha(t)$ et les paramètres géométriques.

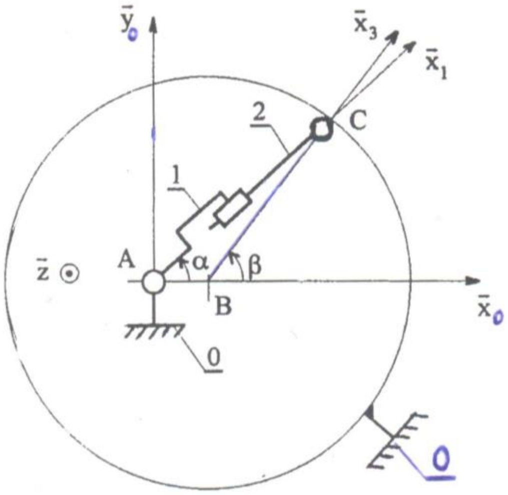
--------- fin de l'énoncé ---------

Document réponses	**Nom :**

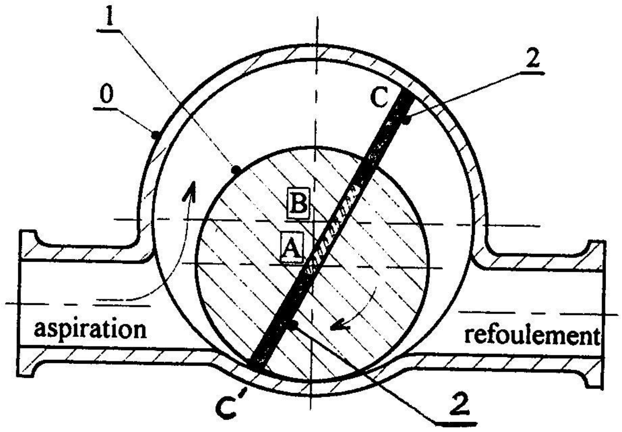
Exercice 1

Q1

a-



b-



Q2

graphe

texte et calculs

Q3

Q4

Q5

a-

b-

c-

Q6

$\overrightarrow{V_{C,2/0}} =$

Q7

$\overrightarrow{V_{C,1/0}} =$

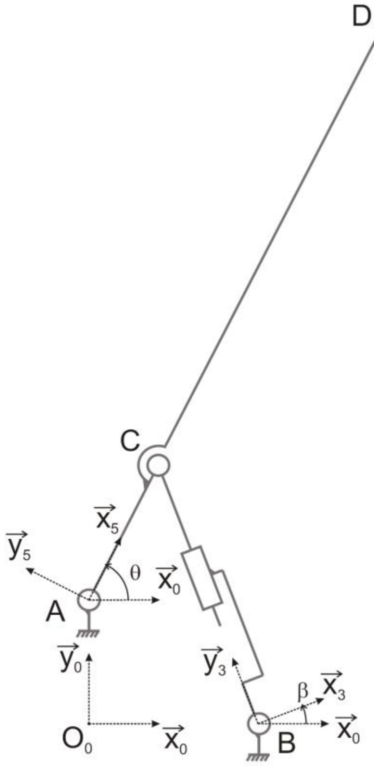
Q8

$\overrightarrow{V_{C,2/1}} =$

Exercice 2 : Echelle pivotante

Q9

Numéro et nom des solides



Q10

Suite du cadre réponse page suivante

Suite Q10

Q11 et Q12 répondre page suivante

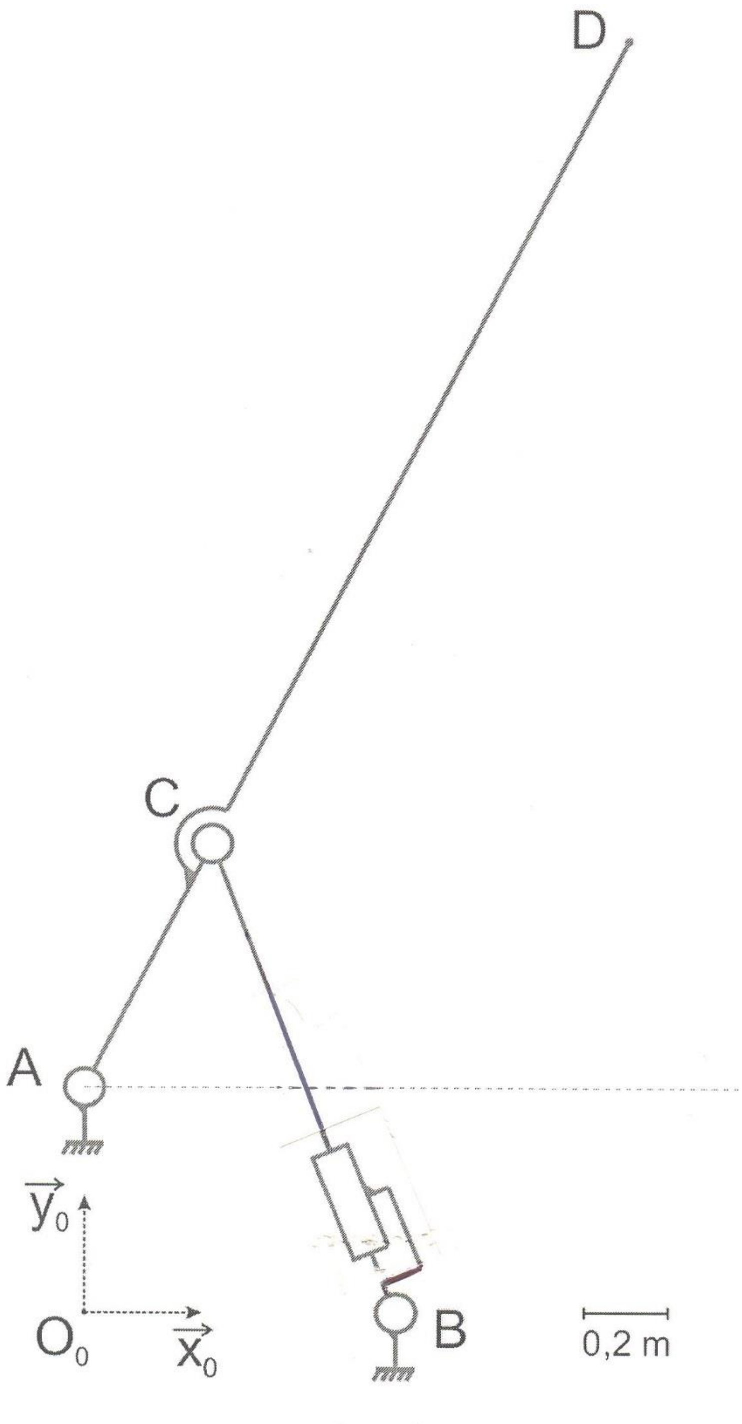
Q13

Q14

Q15

Q11 et Q12

Remarque : Echelle non respectée pour la distance CD.



Q12

Q16

Q17

égalité

$\overrightarrow{V_{C,4/0}} =$

$\overrightarrow{V_{C,3/0}} =$

Exercice 3 : Commande de trappe

Q18

Q19

B1/B0	B2/B1	B3/B0

Q20

$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} =$	$\overrightarrow{\Omega_{2/0}} =$
$\overrightarrow{\Omega_{2/1}} =$	$\overrightarrow{\Omega_{3/0}} =$

Q21

$\overrightarrow{V_{A,1/0}} =$

$\overrightarrow{V_{C,3/0}} =$

Q22

$\overrightarrow{V_{C,3/0}} =$

$\overrightarrow{V_{I,2/1}} =$

Q23

$\overrightarrow{V_{I,3/2}} =$

Suite page suivante

Suite Q23

$\overrightarrow{V_{I,3/2}}$ dans B_0

Q24

Q25