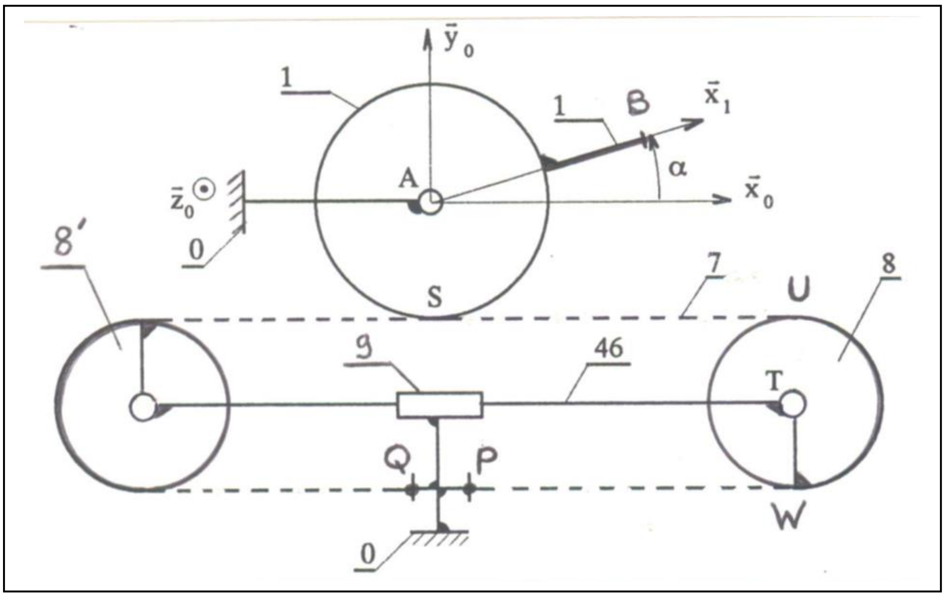
TD Transmission de puissance

Exercice 1 : Entraînement par chaîne



Données géométriques :

$\overrightarrow{AS} = -r_1\overrightarrow{y_0}$; $\overrightarrow{AB} = d\overrightarrow{x_1}$;
r_1 = 84 mm ; d = 132 mm
$\left\|\overrightarrow{V_{T,46/0}}\right\| = 0{,}01 m/s$

Le mécanisme d'entraînement proposé (schéma plan) en page 1 fait partie d'un appareillage appelé « désileuse » monté à l'arrière d'un tracteur agricole qui permet de couper des blocs parallélépipédiques d'ensilage (fourrage d'hiver pour le bétail) dans un silo.
Le vérin 9 (matérialisé par une glissière), lié au bâti 0 agît sur la chaîne 7 (supposée inextensible) à l'aide de sa tige 46. La chaîne 7 a ses extrémités (points P et Q) attachées au bâti 0 et entraîne la roue 1 (au point S) en rotation par rapport au bâti 0. La roue dentée 8 (et sa symétrique 8') est en liaison pivot au point T par rapport à la tige 46.

Pour tout l'exercice, on ne considère que la roue dentée 8, on ne tient pas compte de la roue symétrique 8'. De plus il n'y a pas de glissement entre la chaîne 7 et les roues 1 et 8.

Q1- Ecrivez la condition de non glissement au point W entre 7 et 8. **Ecrivez** la condition d'immobilité en P du brin inférieur de la chaîne 7 par rapport au bâti 0. **En déduire** l'expression de $\overrightarrow{V_{W,7/0}}$. **Que vaut** donc $\overrightarrow{V_{W,8/0}}$?

Q2 - Exprimez, en passant par le point W, les deux vecteurs vitesse : $\overrightarrow{V_{U,8/0}}$, $\overrightarrow{V_{T,8/0}}$ puis en tenant compte de considérations géométriques entre les points U, T, W, **établissez** une relation très simple de proportionnalité entre ces deux vecteurs vitesse.

Q3 - Donnez la relation entre $\overrightarrow{V_{T,8/0}}$ et $\overrightarrow{V_{T,46/0}}$.

Q4 - Ecrivez la condition de non glissement au point U entre 7 et 8.

Q5 - La chaîne 7 étant inextensible, **quelle relation** peut on écrire entre les vecteurs vitesse $\overrightarrow{V_{S,7/0}}$ et $\overrightarrow{V_{U,7/0}}$.

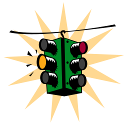
Q6 - Ecrivez la condition de non glissement au point S entre 7 et 1. **En déduire** la relation entre les vecteurs vitesse $\overrightarrow{V_{S,1/0}}$ et $\overrightarrow{V_{T,46/0}}$.

Q7 - Calculez littéralement $\overrightarrow{V_{T,46/0}}$ (par Varignon). **Donnez** la relation littérale reliant $\dot{\alpha}$, r_1 et $\left\|\overrightarrow{V_{T,46/0}}\right\|$. **Calculez** numériquement $\dot{\alpha}$.

Q8 - Quelle est la course minimale (littéralement puis numériquement) de la tige 46 du vérin correspondant à une rotation de 3π de la roue 1 ?

Exercice 2 : Concasseur

Une cuve sphérique (voir schémas 2D et 3D ci-dessous) repérée 2 contenant des blocs de fonte (matériau métallique) reçoit les cailloux à concasser.
Elle est entraînée en rotation par rapport au bâti 0 grâce à un ensemble de roues dentées 0 et 2.
La roue 0 est « taillée » directement dans le bâti 0.



Le schéma 3D est un schéma de principe, il n'est pas le reflet exact du mécanisme industriel.

Données géométriques :

$\overrightarrow{IA}=R_2\,\vec{j_2}$ (R_2 est le rayon de la roue 2),

$\overrightarrow{BI}=R_0\,\vec{j_1}$ (R_0 est le rayon de la roue 0),

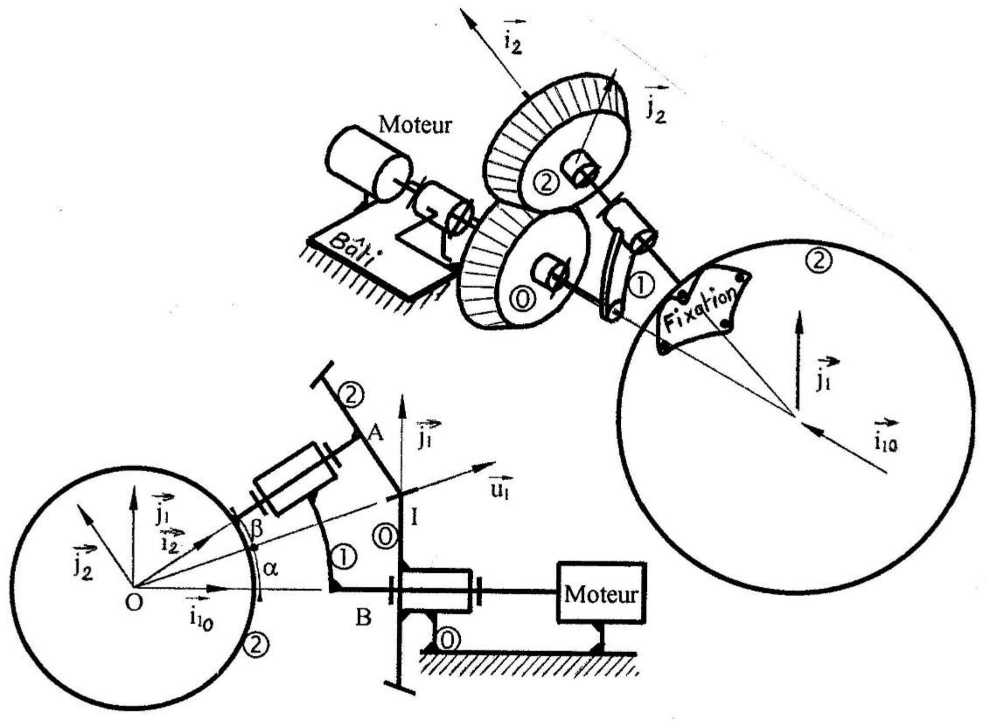
$\overrightarrow{\Omega_{i/j}}$ est la notation de la vitesse angulaire du solide i par rapport au solide j, sa mesure algébrique est notée $\omega_{i/j}$. On donne : $\overrightarrow{\Omega_{1/0}}=\omega_{1/0}\,\vec{i_0}$ avec $\vec{i_{10}}=\vec{i_1}=\vec{i_0}$.

Dans le cas particulier de la figure du schéma cinématique, le vecteur $\vec{j_1}$ est aligné avec le vecteur $\vec{j_0}$.

Q1- Donnez le nom technologique de la roue dentée 0. **Comment appelle-t-on** le couple de pièces 0 + 2 ? **Pourquoi avoir adopté** ce type de composant mécanique (vous justifierez votre réponse en fonction de l'application industrielle de ce mécanisme) ?

Q2- Ecrivez la condition de non glissement au point I entre les deux roues dentées 0 et 2 et ensuite, **démontrez** que $\omega_{2/1}$ peut s'écrire en fonction de $\omega_{1/0}$ et des rayons R_0 et R_2 .

Q3- En déduire l'expression du vecteur $\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$ dans la base $(\vec{i_1},\vec{j_1})$. **Calculez** littéralement puis numériquement sa norme en adoptant les valeurs numériques suivantes : $\omega_{1/0}=63\,\text{rd/s}$, $R_0=60\,\text{mm}$, $R_2=15\,\text{mm}$, $\alpha=(\vec{i_{10}},\vec{u_1})=30°$, $\beta=(\vec{u_1},\vec{i_2})=7{,}2°$.



Corrigé TD Transmission de puissance

Exercice 1 : Entraînement par chaîne

Q1- non glissement en W ⇒ $\boxed{\vec{V}_{W,7/8} = \vec{0}}$

immobilité en P ⇒ $\boxed{\vec{V}_{P,7/0} = \vec{0}}$

$$\vec{V}_{P,7/0} = \vec{V}_{W,7/0} + \underbrace{\vec{\Omega}_{7/0}}_{\vec{0}} \wedge \vec{WP}$$

$\vec{0}$ car le mvt de la chaîne /à 0 = translation

d'où $\boxed{\vec{V}_{W,7/0} = \vec{0}}$

or $\vec{V}_{W,7/8} = \vec{V}_{W,7/0} - \vec{V}_{W,8/0} = \vec{0}$ ⇒ $\boxed{\vec{V}_{W,8/0} = \vec{0}}$

Q2- $\vec{V}_{U,8/0} = \vec{V}_{W,8/0} + \vec{\Omega}_{8/0} \wedge \vec{WU}$

$\vec{V}_{T,8/0} = \vec{V}_{W,8/0} + \vec{\Omega}_{8/0} \wedge \vec{WT}$ or $\vec{WU} = 2\,\vec{WT}$

donc $\boxed{\vec{V}_{U,8/0} = 2\,\vec{V}_{T,8/0}}$

Q3- $\vec{V}_{T,8/0} = \underbrace{\vec{V}_{T,8/46}}_{\vec{0}} + \vec{V}_{T,46/0}$

$\vec{0}$ car liaison pivot de centre T

⇒ $\boxed{\vec{V}_{T,8/0} = \vec{V}_{T,46/0}}$

Q4- Non glissement en U ⇒ $\boxed{\vec{V}_{U,7/8} = \vec{0}}$

ou encore $\vec{V}_{U,7/0} - \vec{V}_{U,8/0} = \vec{0}$

Q5- 7 est inextensible ⇒ conservation de la vitesse

$\boxed{\vec{V}_{S,7/0} = \vec{V}_{U,7/0}}$

Q6.- Non glissement en S $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{V}_{S,7/1} = \vec{0}}$

ou encore $\boxed{\vec{V}_{S,7/0} - \vec{V}_{S,1/0} = \vec{0}}$

on en déduit que :

$$\vec{V}_{S,1/0} = \vec{V}_{S,7/0} = \vec{V}_{U,7/0} = \vec{V}_{U,8/0} = 2\vec{V}_{T,8/0}$$
$$= 2\vec{V}_{T,46/0}$$

donc $\boxed{\vec{V}_{S,1/0} = 2\vec{V}_{T,46/0}}$

Q7.- $\vec{V}_{S,1/0} = \vec{V}_{A,1/0} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{AS}$

$= \vec{0} + \dot{\alpha}\,\vec{z_0} \wedge (-r_1\,\vec{y_0}) = r_1\,\dot{\alpha}\,\vec{x_0}$

d'autre part $\vec{V}_{T,46/0} = \|\vec{V}_{T,46/0}\|\,\vec{x_0}$ car l'axe du vérin est porté par $\vec{x_0}$.

en projection sur $\vec{x_0}$

$$\|\vec{V}_{S,1/0}\| = 2\,\|\vec{V}_{T,46/0}\| = r_1\,\dot{\alpha} \Rightarrow \boxed{\dot{\alpha} = \frac{2}{r_1}\|\vec{V}_{T,46/0}\|}$$

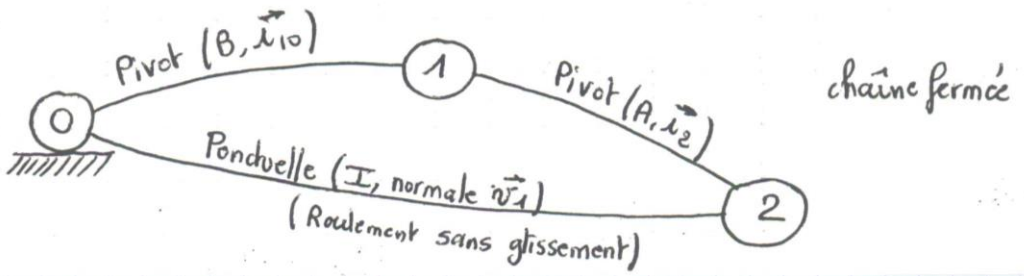
__AN__: $\dot{\alpha} = \dfrac{2}{84 \cdot 10^{-3}} \times 10^{-2} = \boxed{0{,}24 \text{ rad/s}}$

Q8.- comme $\vec{V}_{S,1/0} = 2\vec{V}_{T,46/0}$, une rotation de 3π de 1 correspond à une longueur de déplacement de $3\pi r_1$ d'où pour le point T de la tige 46 $\boxed{\text{Course} = \dfrac{3\pi r_1}{2}}$

__AN__: $\boxed{\text{Course} = 396\text{mm}}$

Exercice 2 : Concasseur

Q1 - La roue dentée 0 est un "pignon conique".
- Le couple de roues dentées 0 + 2 se nomme "engrenage conique".
- On utilise des pignons (roues dentées) pour avoir un engrènement avec roulement sans glissement compte tenu des efforts exercés par la cuve sur le pignon 0 (puissance transmise importante). Conique car il faut un renvoi angulaire entre les arbres d'entrée et de sortie. De plus on augmente $\omega_{2/1}$ /à $\omega_{1/0}$.



Q2

$$\boxed{\vec{V}_{I\in 2/0} = \vec{0}} \iff \vec{V}_{I\in 2/0} = \vec{V}_{I\in 2/1} + \vec{V}_{I\in 1/0} = \vec{0} \quad (1)$$

$$\vec{V}_{I\in 2/1} = \vec{V}_{A\in 2/1} + \vec{\Omega}_{2/1} \wedge \vec{AI}$$
$$= \vec{0} + \omega_{2/1} \cdot \vec{i}_2 \wedge (-R_2 \vec{j}_2) = -R_2\, \omega_{2/1}\, \vec{k}_2 \quad (\vec{k}_2 = \vec{k}_0)$$

$$\vec{V}_{I\in 1/0} = \vec{V}_{B\in 1/0} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{BI}$$
$$= \vec{0} + \omega_{1/0} \cdot \vec{i}_{10} \wedge R_0 \vec{j}_1 = R_0\, \omega_{1/0}\, \vec{k}_1 \quad (\vec{k}_1 = \vec{k}_0)$$

(1) devient $-R_2\, \omega_{2/1}\, \vec{k}_0 + R_0\, \omega_{1/0}\, \vec{k}_0 = \vec{0}$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_{2/1} = \frac{R_0}{R_2}\, \omega_{1/0}}$$

Q3

$$\vec{\Omega}_{2/0} = \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{\Omega}_{1/0}$$
$$= \omega_{2/1}\, \vec{i}_2 + \omega_{1/0}\, \vec{i}_{10} = \frac{R_0}{R_2}\, \omega_{1/0}\, \vec{i}_2 + \omega_{1/0}\, \vec{i}_{10}$$
$$= \frac{R_0}{R_2}\, \omega_{1/0} \left(\cos(\alpha+\beta)\, \vec{i}_{10} + \sin(\alpha+\beta)\, \vec{j}_1 \right) + \omega_{1/0}\, \vec{i}_{10}$$

$$\boxed{\vec{\Omega}_{2/0} = \omega_{1/0} \left[\left[1 + \frac{R_0}{R_2} \cos(\alpha+\beta) \right] \vec{i}_1 + \frac{R_0}{R_2} \sin(\alpha+\beta)\, \vec{j}_1 \right]}$$

$$\left\| \vec{\Omega}_{2/0} \right\|_{B_1} = \omega_{1/0} \sqrt{ \left[1 + \frac{R_0}{R_2} \cos(\alpha+\beta) \right]^2 + \left[\frac{R_0}{R_2} \sin(\alpha+\beta) \right]^2 }$$
$$\underline{= \omega_{1/0} \sqrt{ 1 + \left(\frac{R_0}{R_2} \right)^2 + 2\, \frac{R_0}{R_2} \cos(\alpha+\beta) }}$$

<u>AN</u> : $\left\| \vec{\Omega}_{2/0} \right\|_{B_1} = 63 \sqrt{1 + (4)^2 + 2 \times 4 \times \cos(37{,}2^\circ)} = 63 \times 4{,}83$

$\simeq 300$ rd/s